15.5 Rotationskriterien

Die Ermittlung der Faktoren in der PCA erfolgt nach einem mathematischen Kriterium, das nur selten gewährleistet, dass die resultierenden Faktoren auch inhaltlich sinnvoll interpretiert werden können. Durch die sukzessive Aufklärung maximaler Varianzen ist damit zu rechnen, dass auf dem 1. Faktor viele Variablen hoch laden, was die Interpretation sehr erschwert. Entsprechendes gilt für die übrigen Faktoren, die durch viele mittlere bzw. niedrige Ladungen gekennzeichnet sind.

Durch die Standardisierung der Faktoren wird die hyperellipsoide Form des Punkteschwarms in eine Hyperkugel überführt, in der die q bedeutsamen Faktoren beliebig rotiert werden können. Die Rotation der Faktoren bewirkt, dass die Varianz der ersten q PCA-Faktoren auf die rotierten Faktoren umverteilt wird, was zu einer besseren Interpretierbarkeit der Faktoren führen kann.

Die Anzahl der bedeutsamen PCA-Faktoren, die mit dem Ziel einer besseren Interpretierbarkeit rotiert werden sollen, entnimmt man am besten dem Scree-Test oder der Parallelanalyse. Bei einem uneindeutigen Eigenwertediagramm wird empfohlen, mehrere Rotationsdurchgänge mit unterschiedlichen Faktorzahlen vorzusehen. Die Festlegung der endgültigen Anzahl der bedeutsamen Faktoren ist dann davon abhängig zu machen, welche Lösung inhaltlich am besten interpretierbar ist (zum Problem der Interpretation von Faktorenanalysen vgl. Holz-Ebeling, 1995).

Bei den Rotationstechniken unterscheiden wir
- graphische Rotationen,
- analytische Rotationen und
- Kriteriumsrotationen.

Bevor wir diese verschiedenen Rotationsvarianten behandeln, soll der Unterschied zwischen sog. schiefwinkligen (obliquen) und rechtwinkligen (orthogonalen) Rotationen erläutert werden.

Orthogonale und oblique Rotation

Bei einer orthogonalen Rotationstechnik bleibt die Unabhängigkeit der Faktoren erhalten. Dies ist bei einer obliquen Rotation nicht der Fall, denn das Ergebnis sind hier korrelierte Faktoren. Dadurch wird zwar im Allgemeinen eine gute Interpretierbarkeit der Faktorenstrukturen erreicht; die Faktoren beinhalten aber wegen ihrer Interkorrelationen zum Teil redundante Informationen, womit eine entscheidende Funktion der Faktorenanalyse, die Datenreduktion, wieder aufgegeben wird. Mit dieser Begründung behandeln wir vorzugsweise orthogonale Rotationstechniken.

Zur obliquen Rotation ist noch anzumerken, dass man korrelierte bzw. schiefwinklige Faktoren als *Faktoren erster Ordnung* (Primärfaktoren) bezeichnet. Wird über die Korrelationsmatrix der Faktoren eine weitere Faktorenanalyse gerechnet, resultieren *Faktoren zweiter Ordnung* (Sekundärfaktoren), die üblicherweise wechselseitig unkorreliert sind. (Zur Bestimmung von Sekundärfaktoren mit Hilfe des Programmpakets SAS vgl. Johnson u. Johnson, 1995.)

Graphische Rotation

Von besonderer Bedeutung für die Rotationsmethoden ist das von Thurstone (1947) definierte *Kriterium der Einfachstruktur* („simple structure"). Ein Aspekt dieses Kriteriums besagt, dass auf jedem Faktor einige Variablen möglichst hoch und andere möglichst niedrig und auf verschiedenen Faktoren verschiedene Variablen möglichst hoch laden sollen. Dadurch korrelieren die einzelnen Faktoren nur mit einer begrenzten Anzahl von Variablen, was im Allgemeinen eine bessere Interpretierbarkeit der Faktoren gewährleistet.

Ist die Anzahl der bedeutsamen Faktoren nicht sehr groß ($q \leq 3$), kann man versuchen, eine Einfachstruktur „per Hand" durch graphische Rotation zu erreichen. Die graphische Rotation beginnt – wie in Abb. 15.2 demonstriert – mit der Darstellung der PCA-Struktur in einem Koordinatensystem, wobei jeweils eine durch zwei Faktoren aufgespannte Ebene herausgegriffen wird. In das Koordinatensystem zweier Faktoren werden die Variablen als Punkte eingetragen, deren Koordinaten den Ladungen der Variablen auf den jeweiligen Faktoren entsprechen.

Ausgehend von dieser graphischen Darstellung einer PCA-Struktur versucht man, das Achsenkreuz so zu drehen, dass möglichst viele Punkte (d.h. Variablen) durch die Achsen repräsentiert

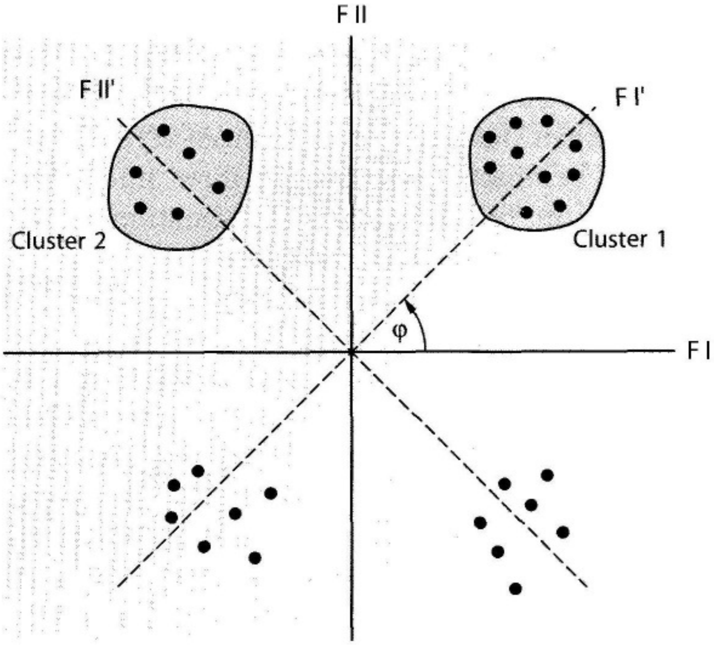

Abb. 15.8. Einfachstruktur durch graphische Rotation

werden. Dies wird in Abb. 15.8 an einem fiktiven, idealisierten Beispiel verdeutlicht.

Die Abbildung zeigt, dass die beiden eingekreisten Merkmalscluster vor der Rotation auf beiden PCA-Faktoren mittelmäßige Ladungen aufweisen. Nach der Rotation wird das eine Cluster vorwiegend durch Faktor I′ und das andere durch Faktor II′ repräsentiert.

Durch die Rotation soll also erreicht werden, dass Variablen, die auf zwei (oder mehreren) PCA-Faktoren mittelmäßig laden, eindeutig einem der Faktoren zugeordnet werden können. Nach abgeschlossener Rotation in einer Ebene wird in der nächsten Ebene rotiert. Hierbei muss man berücksichtigen, dass durch diese Rotation die Ladungen auf dem Faktor, der bereits einmal rotiert wurde, wieder verändert werden. (Wurde als erstes in der Ebene I–II rotiert, so werden durch eine Rotation in der Ebene I–III die Ladungen auf dem ersten Faktor erneut verändert.) Die neuen Faktorladungen können entweder durch einfaches Ablesen oder auf rechnerischem Weg bestimmt werden (Gl. 15.12 a u. b).

Analytische Rotation (Varimax)

Die graphische Rotation ist bei größeren Faktoren- und Variablenzahlen sehr mühsam und sollte durch ein analytisches Rotationsverfahren ersetzt werden. Eine vollständige Behandlung aller bisher entwickelten Rotationstechniken ist in diesem Rahmen nicht möglich. Einige dieser Verfahren lauten:

Binormamin	(Dickmann, 1960)
Biquartimin	(Carroll, 1957)
Covarimin	(Carroll, 1960)
Equimax	(Landahl, 1938; Saunders, 1962)
Maxplane	(Cattell u. Muerle, 1960; Eber, 1966)
Oblimax	(Pinzka u. Saunders, 1954)
Oblimin	(Jennrich u. Sampson, 1966)
Parsimax	(Crawford, 1967)
Promax	(Hendrickson u. White, 1964)
Quartimax	(Neuhaus u. Wrigley, 1954)
Quartimin	(Carroll, 1953)
Tandem	(Comrey, 1973)
Varimax	(Kaiser, 1958, 1959)
Varisim	(Schönemann, 1966 a).

Die meisten dieser Kriterien bewirken schiefwinklige (oblique) Faktorenstrukturen, in denen die Faktoren korreliert sind.

Wir wollen uns auf eine *orthogonale Rotationstechnik* (die *Varimax-Technik*), durch die die Rechtwinkligkeit der Achsen erhalten bleibt, beschränken, zumal Gorsuch (1970) in einer Vergleichsstudie berichtet, dass diese Technik zu ähnlich interpretierbaren Faktoren führt wie die am häufigsten eingesetzten, obliquen Rotationstechniken. (Zum Vergleich verschiedener Rotationstechniken s. auch Schiller, 1988.)

Das Varimax-Kriterium. Eine Rotation nach dem Varimax-Kriterium (Kaiser, 1958, 1959) hat zum Ziel, auf analytischem Weg eine möglichst gute Einfachstruktur (vgl. S. 547) für die q bedeutsamen Faktoren herzustellen. Das Einfachstrukturkriterium verlangt, dass pro Faktor einige Variablen möglichst hoch und andere möglichst niedrig laden, was mit der Forderung gleichzusetzen ist, dass die Varianz der Faktorladungen pro Faktor möglichst groß sein soll. Zuvor werden die Faktorladungen quadriert, sodass sowohl hohe positive als auch hohe negative Ladungen zusammen mit Null-Ladungen zu einer Varianzerhöhung beitragen. Die Achsen werden nach diesem Kriterium so rotiert, dass Ladungen mittlerer Größe entweder unbedeutender oder extremer werden.

Nach dem Varimax-Kriterium werden die Faktoren so rotiert, dass die Varianz der quadrierten Ladungen pro Faktor maximiert wird.